20 ЗАДАНИЕ В ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

Пономаренко И. Н.,
учитель математики, МАОУ-СОШ №20
города Армавира, Краснодарского края

Задание 20

План проверки:

- правильности записи условия;
- правильности ответа;
- выполнение алгоритма решения;
- определение типа ошибки;
- выставление баллов.

© все права защищены

Задание 20. Пример 2

20 Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Решение.

Пусть $t = (x-1)^2$, тогда уравнение принимает вид:

$$t^2 - 2t - 3 = 0,$$

откуда $t = -1$ или $t = 3$.

Уравнение $(x-1)^2 = -1$ не имеет корней.

Уравнение $(x-1)^2 = 3$ имеет корни $1-\sqrt{3}$ и $1+\sqrt{3}$.

Ответ: $1-\sqrt{3}$; $1+\sqrt{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Арифметическая ошибка – ошибка, допущенная при выполнении арифметических действий:

сложении,

вычитании,

умножении,

делении

© все права защищены

Задание 20. Пример 1

Решите уравнение $x^2-2x+\sqrt{3-x}=\sqrt{3-x}+8$.

Решение.
При $x\le 3$ исходное уравнение приводится к виду:

$$x^2-2x-8=0,$$

откуда $x=-2$ или $x=4$. Условию $x\le 3$ удовлетворяет только решение $x=-2$.
Ответ: -2.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Арифметическая ошибка – ошибка, допущенная при выполнении арифметических действий:

сложении,

вычитании,

умножении,

делении

© все права защищены

Задание 20. Пример 1. Работа 1

20

Решите уравнение $x^2-2x+\sqrt{3-x}=\sqrt{3-x}+8$.

Решение.
При $x \le 3$ исходное уравнение приводится к виду:

$$x^2-2x-8=0,$$

откуда $x=-2$ или $x=4$. Условию $x \le 3$ удовлетворяет только решение $x=-2$.
Ответ: -2.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Задание №20

$$x^2-2x+\sqrt{3-x}=\sqrt{3-x}+8 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x-8=0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)(x+2)=0 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow x=-2.$ Ответ: $x=-2$.

План проверки:

- правильности записи условия;
- правильности ответа;
- выполнение алгоритма решения;
- определение типа ошибки;
- выставление баллов.

2 балла

© все права защищены

Задание 20. Пример 1. Работа 2

20

Решите уравнение $x^2-2x+\sqrt{3-x}=\sqrt{3-x}+8$.

Решение.
При $x \le 3$ исходное уравнение приводится к виду:

$$x^2-2x-8=0,$$

откуда $x=-2$ или $x=4$. Условию $x \le 3$ удовлетворяет только решение $x=-2$.
Ответ: -2.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

20. $x^2-2x+\sqrt{3-x}=\sqrt{3-x}+8$ ОДЗ:

$\boxed{\sqrt{3-x}} \Rightarrow \boxed{x<3}$

$x^2-2x+\cancel{\sqrt{3-x}}-\cancel{\sqrt{3-x}}-8=0$

$x^2-2x-8=0$

$D=$ [redacted] $4-4\cdot1\cdot(-8)=36$ $\sqrt{D}=6$

$x_1=\frac{2+6}{2}=4$ – не подходит по ОДЗ

$x_2=\frac{2-6}{2}=-2$

Ответ: -2

0 баллов

© все права защищены

Задание 20. Пример 1. Работа 3

20

Решите уравнение $x^2-2x+\sqrt{3-x}=\sqrt{3-x}+8$.

Решение.
При $x \le 3$ исходное уравнение приводится к виду:

$$x^2-2x-8=0,$$

откуда $x=-2$ или $x=4$. Условию $x \le 3$ удовлетворяет только решение $x=-2$.
Ответ: -2.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

№20

$x^2-2x+\sqrt{3-x}=\sqrt{3-x}+8 \quad x^2-2x+\cancel{\sqrt{3-x}}-\cancel{\sqrt{3-x}}-8=0$

$x^2-2x-8=0 \quad D=4-4\cdot(-8)=36 \quad \boxed{\sqrt{3-x}\geq 0}$

$x_1=\frac{2+6}{2}=4 \quad x_2=\frac{2-6}{2}=-2$

$\boxed{\sqrt{3-4}<0} \quad \boxed{x\neq 4} \quad \sqrt{3-(-2)}=\sqrt{5} \quad \sqrt{5}>0$

Ответ: $x=-2$

0 баллов

© все права защищены

Задание 20. Пример 2

20 Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Решение.

Пусть $t = (x-1)^2$, тогда уравнение принимает вид:

$$t^2 - 2t - 3 = 0,$$

откуда $t = -1$ или $t = 3$.

Уравнение $(x-1)^2 = -1$ не имеет корней.

Уравнение $(x-1)^2 = 3$ имеет корни $1-\sqrt{3}$ и $1+\sqrt{3}$.

Ответ: $1-\sqrt{3}$; $1+\sqrt{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Арифметическая ошибка – ошибка, допущенная при выполнении арифметических действий:

сложении,

вычитании,

умножении,

делении

© все права защищены

Задание 20. Пример 2. Работа 1

20 Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Ответ: $1-\sqrt{3}$; $1+\sqrt{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

$(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0.$

$t^2 - 2t - 3 = 0.$

$D = 4 + 12 = 16 = 4^2$

$x = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$

$(x-1)^4 = t^2$

$(x-1)^2 = t$

$(x-1)^2 = 3$

$x^2 - 2x + 1 = 3.$

$x^2 - 2x - 2 = 0.$

$D = 4 + 8 = \boxed{12 = 2\sqrt{3}}$

$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \frac{\cancel{2}(1 \pm \sqrt{3})}{\cancel{2}} = 1 \pm \sqrt{3}$

$(x-1)^2 = -1$

нет решений, т.к. квадрат не может быть отрицательным.

Ответ: $1+\sqrt{3}$; $1-\sqrt{3}$.

0 баллов

© все права защищены

Задание 20. Пример 2. Работа 2

$(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0.$

Пусть $\boxed{(x-1)^2 = x} \geq 0$;

$x^2 - 2x - 3 = 0$;

$a = 1 \quad b = -2 \quad c = -3$;

$D = b^2 - 4ac = 4 + 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4 + 12 = 16 = 4^2$;

$D > 0 \Rightarrow$ уравнение имеет 2 корня;

$x_1 = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$;

$x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$.

Ответ: $\boxed{x = 3; -1.}$

20	Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Ответ: $1-\sqrt{3}$; $1+\sqrt{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

0 баллов

© все права защищены

Критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом
Часть 2

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным; из него должен быть понятен ход рассуждений экзаменуемого. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными.** Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При этом оценивается продвижение участника экзамена в решении задачи, а не недочёты по сравнению с «эталонным» решением.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего образования.

Задание 20. Пример 2. Работа 3

20 Решите уравнение $(x-1)^4-2(x-1)^2-3=0$.

Ответ: $1-\sqrt{3}$; $1+\sqrt{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

① $(x-1)^4-2(x-1)^2-3=0$

Пусть: $(x-1)^2=t$

Тогда: $t^2-2t-3=0$

$a=1;\ b=-2;\ c=-3$

$D=4+12=16;$

$t_1=\frac{2+4}{2}=3$

$t_2=\frac{2-4}{2}=-1$

Ответ: $\boxed{0;\ 2}$, $\boxed{\frac{2+\sqrt{12}}{2};\ \frac{2-\sqrt{12}}{2}}$

② 1) $(x-1)^2=3$

$x^2-2x+1-3=0$

$x^2-2x-2=0$

$D=12$

$x_1=\frac{2+\sqrt{12}}{2}$

$x_2=\frac{2-\sqrt{12}}{2}$

2) $(x-1)^2=-1$

$x^2-2x+1\boxed{-1}=0$

$x^2-2x=0$

$x(x-2)=0;$

$x=0;\ x=2$

0 баллов

© все права защищены

Задание 20. Пример 3. Работа 1

20 Решите уравнение $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}-6=0$.

Ответ: $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

$$\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}-6=0$$

$$\frac{1-x-6x^2}{x^2}=0 \qquad ОДЗ:\ x^2\neq 0,\ x\neq 0$$

$$1-x-6x^2=0 \quad |\cdot(-1)$$

$$6x^2+x-1=0$$

$$D=1-4\cdot(-1)\cdot 6=25=5^2$$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm 5}{12}$$

$$x_1=\frac{-1+5}{12}=\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{12}_{3}}=\frac{1}{3}$$

$$x_2=\frac{-1-5}{12}=\frac{-6}{12}=-\frac{1}{2}$$

Ответ. $x_1=\frac{1}{3}$; $x_2=-\frac{1}{2}$

2 балла

© все права защищены

Задание 20. Пример 3. Работа 2

20 Решите уравнение $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}-6=0$.

Ответ: $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

$$\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}-6=0 \Rightarrow \begin{cases}\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}-6=0\\ x\neq 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}-6=0\\ x\neq 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\frac{1-x-6x^2}{x^2}=0\\ x\neq 0\end{cases} \Rightarrow 1-x-6x^2=0 \Rightarrow 6x^2+x-1=0$$

$$6x^2+x-1=0$$

$$D=1^2-4\cdot 6\cdot(-1)=1+24=25=5^2$$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm 5}{6\cdot 2} \begin{cases}\frac{-6}{12}=-0{,}5\\ \frac{4}{12}=\frac{1}{3}\end{cases}$$

Ответ: $x_1=-0{,}5$; $x_2=\frac{1}{3}$

2 балла

© все права защищены

Задание 20. Пример 3. Работа 3

20 Решите уравнение $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}-6=0$.

Ответ: $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$.

Содержание критерия	Балл
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

$$\frac{x-x^2-6x^3}{x^3}=0$$

$$x-x^2-6x^3=0 \qquad x(1-x-6x^2)=0$$

$$x=0 \quad \text{или} \quad 1-x-6x^2=0$$

$$D=1+24=25$$

$$x_1=\frac{1+5}{-12}=-0{,}5$$

$$x_2=\frac{1-5}{-12}=\frac{1}{3}$$

Ответ: $-0{,}5$; $\boxed{0}$; $\frac{1}{3}$.

0 баллов

© все права защищены

Задание 20. Пример 4

Решите неравенство $(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$.

Решение.
Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-8)\left(x-8-\sqrt{3}\right) < 0,$$

откуда $8 < x < 8+\sqrt{3}$.

Ответ: $(8; 8+\sqrt{3})$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Арифметическая ошибка – ошибка, допущенная при выполнении арифметических действий:

сложении,

вычитании,

умножении,

делении

© все права защищены

20 задание в ОГЭ по математике не так сложно выполнить на 2 балла!

Успехов на экзамене!!!